Matematyka. Solidnie od podstaw

Wymagania na poszczególne oceny

KLASA 3

ZAKRES PODSTAWOWY + ZAKRES ROZSZERZONY

Uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania.

Wymagania na ocenę dopuszczającą (K)

Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą (P)

Wymagania na ocenę dobrą *zawierają wymagania na ocenę dostateczną I dopuszczającą (R)*

Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą (D)

Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na oceną bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą (W)

Uczeń powinien otrzymać ocenę:

dopuszczającą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 40–60% wymagań podstawowych,

dostateczną

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 60 % wymagań podstawowych.

dobrą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące do 75% wymagań dopełniających

bardzo dobrą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań dopełniających.

celującą

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających.

Uwaga:

- Kolorem żółtym oznaczono w tabelach tematy, w których - zgodnie z rozporządzeniem z dnia 28 czerwca 2024 r. - część zagadnień przestała obowiązywać.
- Kolorem szarym oznaczono w tabelach tematy, które - zgodnie z rozporządzeniem z dnia 28 czerwca 2024 r. - przestały obowiązywać.

- Treści zapisane na różowym tle są powtórzeniem z planu wynikowego klas 1- 2, zakres rozszerzony.

I. UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA WYMIERNE

1	Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych.
2	Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych
3	Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych
4	Działania na ułamkach algebraicznych
5	Równania wymierne
6	Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych
7	Nierówności wymierne
8	Zadania na dowodzenie z zastosowaniem średniej arytmetycznej, średniej geometrycznej i średniej kwadratowej kilku liczb
9	Funkcja homograficzna
10	Zastosowanie wiadomości o funkcji homograficznej w zadaniach
11	Funkcje wymierne

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	**P**
zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej	potrafi rozwiązywać proste zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych
potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego	potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych
potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie	rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej
potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań	rozwiązuje proste zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernych
potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych	potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej
zna definicję równania wymiernego	
potrafi rozwiązywać proste równania wymierne	
zna definicję nierówności wymiernej	
potrafi rozwiązywać proste nierówności wymierne	
wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności	
wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem	
zna definicję funkcji wymiernej	
potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej	
zna definicję funkcji homograficznej $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, gdzie $c \neq 0$	

PODSTAWOWE	
K	**P**
i $ad - cb \neq 0$	
potrafi przekształcić wzór funkcji $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, gdzie $c \neq 0$ i $ad - cb \neq 0$ do postaci $y = \frac{k}{x-p} + q$	
potrafi naszkicować wzór funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$	
potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY	
potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	**D**
potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych	potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową)
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z wartością bezwzględną
potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem)	potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych (także z wartością bezwzględną)
potrafi dowodzić własności funkcji wymiernej	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z parametrem
potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie	potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych
potrafi naszkicować wykres funkcji homograficznej z wartością bezwzględną i na podstawie wykresu funkcji opisać własności funkcji	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące własności funkcji homograficznej
potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z wartością bezwzględną i parametrem, na podstawie wykresu funkcji homograficznej, we wzorze której występuje wartość bezwzględna	
potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych	

WYKRACZAJĄCE
W
potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod

II. CIĄGI

1	Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów
2	Monotoniczność ciągów
3	Ciąg arytmetyczny
4	Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
5	Ciąg geometryczny
6	Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
7	Ciąg arytmetyczny i geometryczny – zadania różne
8	Lokaty pieniężne i kredyty bankowe
9	Granica ciągu liczbowego
10	Obliczanie granic ciągów zbieżnych
11	Wybrane własności ciągów zbieżnych
12	Ciągi rozbieżne do nieskończoności
13	Szereg geometryczny

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	**P**
zna definicję ciągu (ciągu liczbowego)	wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym
potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym	bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący
wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych	potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości
potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym	wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów
potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych	potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego;
zna definicję ciągu arytmetycznego	stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych
potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych;	określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny	wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę	wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego;	potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego;
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;	potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych;
zna definicję ciągu geometrycznego;	stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych

PODSTAWOWE	
K	**P**
potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych	potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;
potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny;	potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady)
wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz	potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne);
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego;	wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie
zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;	wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny
potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;	oblicza oprocentowanie lokaty
oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji	określa okres oszczędzania
rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego;	bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby
zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych;	oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych
potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady);	oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego
potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego;	
zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu;	
sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	**D**
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym	potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu
wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki	potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych;
potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;	potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności;
wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny	rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyraów ciągu arytmetycznego
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny	potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności
potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu
stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
określa monotoniczność ciągu geometrycznego	zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu
wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny	potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym.
potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	**D**
stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań	
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny	
potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;	
potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym	
potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym	
rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym	
oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych	
zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego	
zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych	
stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym	

WYKRACZAJĄCE
W
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach

III. KOMBINATORYKA. DWUMIAN NEWTONA. TRÓJKĄT PASCALA

1	Reguła mnożenia i reguła dodawania
2	Wariacje
3	Permutacje
4	Kombinacje
5	Kombinatoryka – zadania różne
6	Symbol Newtona. Wzór Newtona. Trójkąt Pascala

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	**P**
zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia;	wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań
zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji;	wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań
zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji;	wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań

PODSTAWOWE	
K	**P**
zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji;	wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań
potrafi rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów;	umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności
stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek	wyznacza rozwinięcia wzoru Newtona
przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia	w oparciu o wzór Newtona wyznacza wyznacza w rozwinięciu wartości poszczególnych wyrazów
wypisuje permutacje danego zbioru	rozwiązuje zadania z zastosowaniem własności symbolu Newtona
oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru	
przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni	
oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń	
oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami	
stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek	
zna symbol Newtona	
oblicza wartość symbolu Newtona	
zna własności symbolu Newtona	
zna pojęcie trójkąta Pascala i korzysta z niego	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	**D**
oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji	oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów
rozwiązuje zadania z parametrem z wykorzystaniem wzoru Newtona	prowadzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki
	prowadzi dowody z wykorzystaniem symbolu Newtona, wzoru Newtona lub trójkąta Pascala

WYKRACZAJĄCE
W
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki

IV. GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY

1	Podział czworokątów. Trapezoidy
2	Trapezy
3	Równoległoboki
4	Okrąg opisany na czworokącie
5	Okrąg wpisany w czworokąt
6	Okrąg opisany na czworokącie, okrąg wpisany w czworokąt – zadania na dowodzenie
7	Podobieństwo. Czworokąty podobne

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	**P**
zna podział czworokątów;	potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań
potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu;	potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych własności trapezu;
wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa 180° i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań;	korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.)
zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;	potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów.
potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów;	umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt;
zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;	
wie, jakie własności ma romb;	
zna własności prostokąta i kwadratu;	
wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur;	
zna własności deltoidu;	
rozumie, co to znaczy, że czworokąt jest wpisany w okrąg, czworokąt jest opisany na okręgu;	
zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było okrąg wpisać w czworokąt oraz aby można było okrąg opisać na czworokącie; potrafi zastosować te warunki w rozwiązywaniu prostych zadań;	
potrafi wymienić nazwy czworokątów, w które można wpisać, i nazwy czworokątów, na których można opisać okrąg;	
zna i rozumie definicję podobieństwa;	
potrafi wskazać figury podobne;	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	**D**
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków;	umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;
potrafi stosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie, w rozwiązywaniu złożonych zadań o średnim stopniu trudności;	potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu;
potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązania zadań o średnim stopniu trudności dotyczących trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu;	potrafi wyprowadzić wzór na pole czworokąta opisanego na okręgu w zależności od długości promienia okręgu i obwodu tego czworokąta;
	korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów.

V. GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA

1	Pole prostokąta Pole kwadratu
2	Pole równoległoboku. Pole rombu
3	Pole trapezu
4	Pole czworokąta
5	Pola figur podobnych
6	Mapa. Skala mapy

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	**P**
zna twierdzenie o polach figur podobnych;	potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
zna twierdzenie sinusów;	potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
zna twierdzenie cosinusów;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;
rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;	potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;
potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;	umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna twierdzenie o polach figur podobnych;	
zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;	
wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost	

PODSTAWOWE	
K	**P**
proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań	
potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie;
zna wzory na pole równoległoboku;	zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności.
zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;	
zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	**D**
potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;	potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;
potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;	rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;	potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;	
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).	potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku;
	potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu;
	potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu;
	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).

WYKRACZAJĄCE
W
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń.

VI. ELEMENTY ANALIZY MATEMATYCZNEJ

1	Granica funkcji w punkcie
2	Obliczanie granicy funkcji w punkcie
3	Granice jednostronne funkcji w punkcie
4	Granica funkcji w nieskończoności
5	Granica niewłaściwa funkcji
6	Ciągłość funkcji w punkcie
7	Ciągłość funkcji w zbiorze
8	Asymptoty wykresu funkcji
9	Pochodna funkcji w punkcie
10	Funkcja pochodna
11	Funkcja złożona. Pochodna funkcji złożonej
12	Styczna do wykresu funkcji
13	Pochodna funkcji a monotoniczność funkcji
14	Ekstrema lokalne funkcji
15	Największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale
16	Zadania optymalizacyjne

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	**P**
uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu	uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie	oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie
oblicza granice funkcji w punkcie	oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie
zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie	stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
oblicza granice funkcji w nieskończoności	sprawdza ciągłość funkcji w punkcie
oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie	sprawdza ciągłość funkcji
oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie	wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji

PODSTAWOWE	
K	**P**
wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji	stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania
wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji	potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna w danym punkcie (zbiorze)
zna i rozumie pojęcie funkcji ciągłej w punkcie	potrafi wyznaczyć równanie stycznej do wykresu danej funkcji
korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie	potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej
zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji	potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej
zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie	potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej w przedziale domkniętym
potrafi sprawnie wyznaczać pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów	potrafi zbadać przebieg zmienności danej funkcji wymiernej i naszkicować jej wykres
zna i rozumie warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej	potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych

DOPEŁNIAJĄCE	
R	**D**
potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące badania ciągłości funkcji w punkcie i zbiorze	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji
stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej oraz największej funkcji w danym przedziale domkniętym	potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji w rozwiązywaniu różnych zadań
zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech funkcjach	potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk
zna własności funkcji ciągłych i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań twierdzenie Darboux oraz twierdzenie Weierstrassa)	potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji
potrafi wyznaczyć równania asymptot wykresu funkcji, we wzorze których występuje wartość bezwzględna (o ile istnieją)	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności
zna związek pomiędzy ciągłością i różniczkowalnością funkcji	
potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna	
potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych	
wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki	
wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna	
wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie	

WYKRACZAJĄCE
W
rozwiązuje zadania nietypowe stosując analizę matematyczną;

VII. TRYGONOMETRIA

1	Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej – powtórzenie wiadomości z klasy 2.
2	Przekształcenia wykresów funkcji trygonometrycznych
3	Równania trygonometryczne, cz. 1
4	Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy
5	Funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta
6	Sumy i różnice funkcji trygonometrycznych
7	Równania trygonometryczne, cz. 2
8	Nierówności trygonometryczne
9	Pochodne funkcji trygonometrycznych

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	**P**
zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;	potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach 30°, 45°, 60°;
potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;	zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;
potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);	potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;
potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;	potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta
zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30°, 45°, 60°;	potrafi określać w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta;
wie co to jest miara łukowa kąta;	potrafi stosować wzory redukcyjne w obliczaniu wartości wyrażeń;
potrafi zamieniać stopnie na radiany i radiany na stopnie	potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu y = ax
zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;	umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze a, gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta;
umie podać znaki wartości funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach;	potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;
potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta	potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;
zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;	zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach;
zna wzory redukcyjne;	potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;
potrafi naszkicować wykres funkcji y = sin x i omówić jej własności;	potrafi ustalać znak i porównywać wartości funkcji trygonometrycznych dla podanych kątów, korzystając z wykresów
potrafi naszkicować wykres funkcji y = cos x i omówić jej własności;	potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej (w prostych przypadkach);
potrafi naszkicować wykres funkcji y = tg x i omówić jej własności;	wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;
potrafi naszkicować wykres funkcji y = ctg x i omówić jej własności;	

PODSTAWOWE	
K	**P**
potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi OX, symetria osiowa względem osi OY, symetria środkowa, względem punktu (0, 0), przesunięcie równoległe o dany wektor)	potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych;
zna wzory na sinus i cosinus sumy/różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań;	oblicza granice funkcji, w których we wzorze występują funkcje trygonometryczne
potrafi stosować wzory na sumę/różnicę funkcji trygonometrycznych	oblicza pochodne funkcji, w których występują funkcje trygonometryczne korzystając z poznanych wzorów na sumę/różnicę/iloczyn/iloraz pochodnych
zna granice funkcji $\frac{\sin x}{x}$ przy x dążącym do 0	
zna wzory na pochodne funkcji trygonometrycznych i umie je stosować	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	**D**
potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;
potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;
potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;	potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;
wie, co to jest miara główna kąta skierowanego i potrafi ją wyznaczyć dla dowolnego kąta;	potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;
potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów mając informacje pozwalające na ustalenie współrzędnych punktu znajdującego się na końcowym ramieniu kąta	potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej;
potrafi rozwiązywać zadania z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej	potrafi określić dziedzinę funkcji i naszkicować jej wykres, w przypadkach gdy wzór funkcji wymaga przekształcenia;
potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)	potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując kilka przekształceń: przesunięcie wykresu o wektor oraz $y = s \cdot f(x)$ oraz $y = f(s \cdot x)$, gdzie $s \neq 0$;
potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne:	
potrafi stosować wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;	
potrafi zbadać, czy funkcja trygonometryczna jest parzysta (nieparzysta);	
potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej;	
potrafi ustalać argumenty dla których wartości funkcji sinus i cosinus spełniają określone warunki;	
potrafi ustalać najmniejszą i największą wartość wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;	
potrafi obliczać wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów;	
potrafi szkicować wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$;	
potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując jedno z przekształceń, jak przesunięcie wykresu o wektor oraz $y = s \cdot f(x)$ oraz $y = f(s \cdot x)$, gdzie $s \neq 0$;	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	**D**
potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: $y = \|f(x)\|$, $y = f(\|x\|)$, $y = s \cdot f(x)$ oraz $y = f(s \cdot x)$, gdzie $s \neq 0$;	potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych;
potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych w których we wzorach występuje pierwiastek	potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta;
potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów;
potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wykorzystaniem tożsamości trygonometrycznych	potrafi rozwiązywać równania/nierówności trygonometryczne w których występuje parametr
potrafi obliczyć pochodne funkcji złożonych, w których występują funkcje trygonometryczne	potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne w których występują pochodne funkcji trygonometrycznych, równania/nierówności trygonometryczne
potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji, w których wzorze występuje funkcja trygonometryczna	

WYKRACZAJĄCE
W
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.
potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania

VIII. GEOMETRIA ANALITYCZNA

1	Wektor w układzie współrzędnych. Podział odcinka
2	Kąt między niezerowymi wektorami
3	Proste w układzie współrzędnych
4	Odległość punktu od prostej. Odległość między dwiema prostymi równoległymi
5	Pole trójkąta. Pole wielokąta
6	Równanie okręgu. Wzajemne położenie prostej i okręgu
7	Wzajemne położenie dwóch okręgów
8	Zadania różne z geometrii analitycznej
9	Wybrane przekształcenia geometryczne w układzie współrzędnych
10	Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	**P**
zna określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy;	potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora
potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora	potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań
potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)	potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej	potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;
potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;
zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);
potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);	potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;
potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;	potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;
potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;	potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;
potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;	potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);
potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;	potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	
potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców	
zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);	
zna definicję równania ogólnego prostej;	
potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;	
zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;	
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;	
potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;	
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	
potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;	
umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;	
potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;	
zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych	potrafi stosować w zadaniach wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory

PODSTAWOWE	
K	**P**
potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne	potrafi zastosować w zadaniach warunki na prostopadłość i równoległość wektorów
zna definicję kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory	potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki
zna wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory	potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń)
zna warunki na prostopadłość i równoległość wektorów	potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);
zna i potrafi stosować w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej	potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu;
zna wzór na pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki	potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach;
potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi	potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;	
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	
potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;	
umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;	
potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;	
zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu	
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;	
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;	
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;	
wie, jakie przekształcenie nazywamy izometrią	
zna pojęcie jednokładności o środku S i skali k≠0 (także w ujęciu analitycznym);	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	**D**
potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe
potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych	rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;	potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;

DOPEŁNIAJĄCE	
R	**D**
potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;
	potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;
	potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;
rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry	potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności
rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów	potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej stosując analizę matematyczną
rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest pole)	
stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności	
dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne/rozłączne/przecinające się	
potrafi wykazać, że dane przekształcenie jest/nie jest izometrią	

WYKRACZAJĄCE
W
rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;
potrafi wyprowadzać wzory z geometrii analitycznej (sinus i cosinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; odległość punktu od prostej)